Introdução

Como não sou neurologista nem psiquiatra, mas matemático, o trabalho que se segue exige algumas explicações e justificações. Trata-se de uma abordagem para a compreensão do sistema nervoso do ponto de vista de um matemático. Todavia, esta afirmação deve ser imediatamente matizada em dois pontos essenciais.

Em primeiro lugar, descrever aquilo que estou aqui a tentar como «abordagem para a compreensão» é um exagero; trata-se simplesmente de um conjunto de especulações, algo sistematizado, quanto ao modo como tal abordagem deve ser feita. Ou seja, procuro adivinhar qual das perspectivas do ponto de vista matemático parecem, na nebulosa distância a que as vemos, promissórias *a priori,* e quais têm aparência contrária. Apresentarei também alguma fundamentação racional destas conjecturas.

Em segundo lugar, o «ponto de vista do matemático», tal como gostaria que fosse entendido neste contexto, implica uma distribuição de ênfases que difere da habitual: para além da tónica nas técnicas matemáticas gerais, estarão também em primeiro plano os aspectos lógicos e estatísticos.

Além disso, a lógica e a estatística devem ser principalmente, ainda que não exclusivamente, vistas como os instrumentos básicos da «teoria da informação». E a experiência que se desenvolveu em torno do planeamento, avaliação e codificação de autómatos lógicos e matemáticos complexos será o eixo de grande parte desta teoria da informação. Destes, os autómatos mais típicos ainda que não exclusivamente os únicos, são, evidentemente, os grandes computadores electrónicos.

Permitam-me assinalar, de passagem, que seria muito gratificante podermos falar acerca de uma «teoria» desses autómatos. Infelizmente, o que existe actualmente — e a que devo recorrer — apenas pode ser descrito como um «corpo de experiência» imperfeitamente articulado e mal formalizado.

Por fim, o meu principal objectivo é, na verdade, salientar um aspecto muito diferente deste assunto. Suspeito que um estudo matemático mais profundo do sistema nervoso — «matemático» no sentido definido acima — influenciará a nossa compreensão dos aspectos da própria matemática que estão envolvidos. De facto, pode até alterar o modo como olhamos para a matemática e a lógica em si mesmas. Adiante, procurarei explicar as razões em que baseio esta convicção.

computador1 9/11/05 12:30 Página 37

Parte 1. O Computador

Começarei por examinar alguns dos princípios subjacentes à teoria e à prática dos computadores.

Os computadores actuais dividem-se em duas categorias: «analógicos» e «digitais». Esta subdivisão surge conforme o modo como a máquina representa os números sobre os quais opera.

O procedimento analógico

Numa máquina analógica, cada número é representado por uma quantidade física adequada, cujo valor, medido por uma unidade predefinida, é igual ao número em questão. Esta quantidade pode ser o ângulo de rotação de um disco, ou a intensidade de uma certa corrente eléctrica, ou o nível de uma certa voltagem (relativa), etc. Para que a máquina possa computar, isto é, operar sobre estes números segundo um plano predeterminado, é necessário que disponha de órgãos (ou componentes) que possam executar sobre essas quantidades representativas as operações básicas da matemática.

As operações básicas convencionais

Habitualmente, entende-se por operações básicas os «quatro tipos de operações aritméticas»: adição (a operação $x + y$), subtracção ($x - y$), multiplicação (xy), divisão (x/y).

Deste modo, obviamente que não é difícil adicionar ou subtrair duas correntes (acoplando-as em direcções paralelas ou antiparalelas). A multiplicação (de duas correntes) é mais difícil, mas existem diversos tipos de componentes electrónicos que efectuam esta operação. O mesmo se aplica à divisão (de uma corrente por outra). (Tanto para a multiplicação como para a divisão — mas não para a adição e para a subtracção — a unidade pela qual se mede a corrente é, evidentemente, importante.)

Operações básicas invulgares

Uma propriedade muito notável de algumas máquinas analógicas, sobre a qual terei de alongar-me mais adiante, é que por vezes, a máquina é construída em torno de outras operações «básicas» para além dos quatro tipos de operações aritméticas acima referidos. Assim, o «analisador diferencial» clássico, que exprime os números através dos ângulos de rotação de certos discos, funciona do seguinte modo: em lugar da adição, $x + y$, e da subtracção, $x - y$, são propostas as operações $(x \pm y)/2$, porque um simples componente disponível, o «*differential gear*», (o mesmo que é usado no eixo traseiro de um automóvel), pode produzi-las. Em lugar da multiplicação, xy, é utilizado um procedimento totalmente diferente: no analisador diferencial todas as quantidades aparecem como funções do tempo, fazendo este dispositivo uso de um órgão designado como «integrador», o qual, dadas duas quantidades $x(t)$, $y(t)$ forma o integral («Stieltjes») $z(t) \equiv \int^t x(t)\, dy(t)$.

Este esquema justifica-se por três razões:

Primeiro, porque as três operações descritas, em combinações apropriadas, reproduzirão três das quatro operações básicas usuais, nomeadamente a adição, a subtracção e a multiplicação.

Segundo, porque em combinação com certos processos de *«feedback»* (retorno), produzirão também a quarta operação, a divisão. Não abordarei aqui o princípio de *feedback*; direi apenas que, embora aparente ser um dispositivo para resolver relações implícitas, é na realidade um esquema particularmente elegante de iteração e aproximação sucessiva.

Terceiro — e é esta a verdadeira justificação do analisador diferencial —, as suas operações básicas $(x \pm y)/2$ e a integração são, para uma grande variedade de problemas, mais económicas do que as operações aritméticas ($x + y$, $x - y$, xy, x/y). Mais especificamente: qualquer computador com o qual se pretenda resolver um problema matemático complexo deve ser «programado» para essa tarefa. Isto significa que a operação complexa para resolver esse problema deve ser substituída por uma combinação das operações básicas da máquina. Muitas vezes, significa algo ainda mais subtil: a aproximação dessa operação, com qualquer grau de precisão desejado, através dessas combinações. Ora, para uma dada classe de problemas, um conjunto de operações básicas pode ser mais eficiente do que outro, ou seja, pode permitir recorrer a combinações mais simples e menos numerosas.